

между отношениями различных сторон того же самого прямоугольного треугольника ( $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ), в другом же случае он употребляет нижние пределы, и пределы эти выражаются различно образованными приближенными значениями.

Взяв исходным пунктом прямоугольный треугольник с углом  $\frac{\pi}{6}$  и переходя от него к новым треугольникам, Архимед находит, пользуясь нашими обозначениями, что

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{96} < \frac{153}{4673^{1/2}}$$

и

$$\sin \frac{\pi}{96} > \frac{66}{2017^{1/4}},$$

получая отсюда вышеуказанные пределы для  $\pi$ .

После того как начало было сделано Архимедом, Аполлоний мог дать уж более точное определение  $\pi$ , и, может быть, ему именно принадлежит значение 3,1416. С этой именно степенью точности определялось впоследствии  $\pi$  в таблицах хорд дуг Птолемея и у индусских авторов.

В труде Архимеда содержатся вычисления нижних пределов  $\sin \frac{\pi}{n}$  и верхних пределов  $\operatorname{tg} \frac{\pi}{n}$  для  $n = 6, 12, 24, 48, 96$ ; последнее дает также пригодный верхний предел  $\sin \frac{\pi}{96}$ , и сочинение Аристарха показывает, что им умели пользоваться.

Произведенное Аполлонием вычисление  $\pi$  должно было привести к еще более точному вычислению синуса небольшой дуги или той величины, значения которой, собранные в таблицы, были сохранены для нас позднейшими греческими астрономами — мы имеем в виду *хорду* двойной дуге. Чтобы построить полную таблицу хорд дуг, кратных данной небольшой дуге, достаточно знать лишь теорему о вписанных четырехугольниках — так называемую теперь *птоломееву теорему*, названную так потому, что Птолемей пользуется именно ею для вычисления своей таблицы хорд — или же знать какую-нибудь другую аналогичную теорему. Подобная теорема могла быть легко открыта во времена Архимеда и Аполлония или после них, когда возникла насущная потребность в таблице хорд. Однако главная трудность заключалась и здесь, разумеется, в достаточно точном извлечении квадратных корней. Но именно эта трудность и явилась причиной усовершенствования употреблявшихся методов; как мы уже сказали раньше (стр. 54), достигнутые здесь успехи были связаны с введением шестидесятиричных дробей.

Первая достоверно засвидетельствованная таблица хорд дуг относится ко второму веку до начала н. э.; составленная великим астрономом Гиппархом, она, как и другая, более близкая к нам по времени, таблица Менелая, была утеряна. Зато до нас сохра-